



WEIBULLOVA STATISTIKA PRI UPOGIBNIH TESTIH VALOVITIH STREŠNIH PLOŠČ IZ VLAKNOCEMENTA

WEIBULL STATISTICS IN THE BENDING TESTS ON THE FIBRE-CEMENT CORRUGATED ROOFING SHEETS

Milan Ambrožič*, Tomaž Kosmač

Institut Jožef Stefan, Jamova 39, 1000 Ljubljana, milan.ambrozic@ijs.si

Krunoslav Vidovič

Esal d.o.o. Anhovo, Vojkova 9, 5210 Deskle

Povzetek. Na valovitih strešnih ploščah iz vlaknocementa, ki so bile izdelane v redni proizvodnji po Hatschekovem postopku, smo izmerili zlomno silo in zlomni moment pri prečni in vzdolžni obremenitvi. Preučili smo vpliv dveh proizvodnih parametrov na upogibno trdnost plošč: tlaka pri oblikovanju plošč in deleža organskih vlaken v cementu. Izmerjene in izračunane količine smo ovrednotili z Weibullovo statistiko in primerjali Weibullove parametre za različne proizvodne pogoje (parametre). Volumski delež vlaken v cementu pomembno vpliva na Weibullov parameter za prečno in vzdolžno upogibno obremenitev plošč, medtem ko ni razvidne korelacije med oblikovalnim tlakom in Weibullovim parametrom.

Ključne besede: valovite strešne plošče, mehanske lastnosti, Weibullova statistika

Uvod

Kompozite iz cementa in utrjevalnih vlaken imenujemo na kratko vlaknocementi. Zaradi nevarnosti zdravju so se azbestna vlakna kljub odličnim mehanskim lastnostim umaknila drugačnim vlaknom v vlaknocementih, npr. steklenim, ogljikovim, naravnim celuloznim in drugimi organskim vlaknom¹⁻⁶. Utrjevalna vlakna morajo ustrezati veliko zahtevam, npr. imeti morajo veliko natezno trdnost in razmeroma velik elastični modul, biti morajo kemijsko obstojna, pa tudi kompatibilna s cementno matriko. Od sintetičnih organskih vlaken so med najustreznejšimi tista iz polivinil alkohola (PVA). V podjetju Esal d.d.d v Anhovem, ki je mešana družba Salonita Anhovo in Eternita iz Švice, uporabljajo PVA vlakna za izdelavo vlaknocementov za valovite strešne plošče. Pred velikoserijsko proizvodnjo izdelkov je treba preveriti različne mehanske lastnosti vlaknocementov s spremenjeno sestavo, tudi glede na namenskost in na klimatske razmere okolja, kjer naj bi vlaknocementne izdelke vgrajevali⁷⁻⁹.

Veliko je proizvodnih parametrov, s katerimi lahko izboljšamo kakovost vlaknocementnih izdelkov^{5,10-13}. Med drugimi so pomembni vrsta, volumski delež, dolžina in poravnost vlaken⁵. Poleg optimalnih mehanskih lastnosti izdelkov je treba gledati tudi na proizvodne stroške. Tako je najugodnejši volumski delež vlaken nekaj odstotkov. Od drugih proizvodnih parametrov je pomemben tlak stiskalnice pri oblikovanju plošč pred sušenjem in skladiščenjem.

Izmerjene vrednosti značilnih mehanskih lastnosti končnih izdelkov, npr. zlomne sile, navadno ustrezajo Weibullovi statistiki, posebno za krhke materiale, kot sta keramika in cement¹⁴⁻¹⁹. Weibullovo statistiko so uspešno uporabili na številnih področjih, npr. v strojništvu, gradbeništvu, pri inženirski keramiki in biokeramiki²⁰⁻²⁴. Navadno se uporablja 2-parametrična Weibullova statistika, ki bo podrobneje opisana v nadaljevanju.

Opisana raziskava je imela namen izboljšati mehanske lastnosti valovitih strešnih plošč z optimizacijo volumskega deleža vlaken in oblikovalnega tlaka. Poskusi so bili narejeni na serijsko izdelanih ploščah v podjetju in ne na laboratorijskih vzorcih, da bi se izognili težavnemu prenosu znanja iz laboratorija v industrijo. V tem delu bomo pokazali, da se dajo izmerjene mehanske količine na ploščah dobro opisati z 2-parametrično Weibullovo statistiko

in prikazali koristnost uporabe te statistike pri napovedi mehanskih lastnosti izdelkov v velikoserijski proizvodnji.

Mehanski testi in statistika

Materiali in proizvodni postopek

Končna sestava vlaknocementa po 21-dnevem zorenju (sušenju v skladišču s predpisano temperaturo in vlago) v volumskih deležih je navadno naslednja: 40 % hidratiziranega portlandskega cementa (Salonit Anhovo), 30 % zraka v porah, 12 % vode, 11 % anorganskih dodatkov, kot so polnila in pigmenti, 5 % procesnih celuloznih vlaken, 2 % PVA vlaken. Medtem ko je namen PVA vlaken izboljšanje natezne in upogibne trdnosti materiala, se celulozna vlakna dodajo za izboljšanje proizvodnega postopka.

Izdelava vlaknocementnih izdelkov je osnovana na Hatschekovem postopku¹. Vse začetne komponente se dispergirajo in homogenizirajo v vodi, tako da nastane redka suspenzija. Potem se pri filtraciji na vrtečih valjih nalaga filtrski kolač. Le-ta se prenese po transportnem traku na boben in po doseženi predpisani debelini se material odreže in prenese naprej. Potem plošče ukrivijo in stisnejo na stiskalnici pri predpisanem tlaku. Nazadnje izdelki 21 dni zorijo v skladišču.

Značilne razsežnosti valovitih plošč (na kratko valovitk, oznaka V5) so naslednje: širina $W = 920$ mm, dolžina $L = 1250$ mm, valovna dolžina profila $\lambda = 177$ mm, višina profila (dvojna amplituda vala) $H = 51$ mm, debelina $T \approx 6$ mm. Plošča ima torej nekaj več kot 5 valov po širini in od tod oznako V5.

V prvem delu poskusnih serij smo spreminjali skupni masni delež c_f celuloznih in PVA vlaken v začetni sestavi cementa: $c_f = 5.4\%$, 5.7% in 6.1% , glede na trdne sestavine, brez vode in zraka. Od samih vlaken je bilo v vseh treh primerih $1/3$ masnega deleža PVA vlaken in $2/3$ celuloznih vlaken. Tlak stiskalnice je bil 10 MPa. V drugem delu poskusov pa smo tlak spreminjali: $p_s = 8$ MPa, 9 MPa in 10 MPa, pri stalni vrednosti deleža vlaken $c_f = 6,1\%$.

Takoj pred mehanskimi testi se plošče namakajo 24 ur v vodi in na hitro posušijo, tako da se s tem simulirajo slabši vremenski pogoji; po namakanju se namreč poslabšajo mehanske lastnosti plošč.

Merjenje mehanskih lastnosti

Izmerili smo različne mehanske lastnosti plošč V5, od katerih v tem prispevku opišemo le zlomno silo pri prečni obremenitvi (par podpornih desk spodaj in obremenitvena deska zgoraj so pravokotne na valove) in zlomni moment pri vzdolžni obremenitvi (deske so vzporedne z valovi). Za merjenje zlomne sile smo uporabljali laboratorijsko merilno napravo BP-10, Walter+Bai AG, Švica, ki ima merilno območje od 2 kN do 10 kN. Glede eksperimentalnih pogojev, kot so geometrijski parametri, smo upoštevali standarda EN 494²⁵ in DIN 274/1²⁶. Naprava neposredno izmeri silo F_T pri prečnem (transverzalnem) zlomu, medtem ko zlomni momen M_L pri vzdolžnem (longitudinalnem) zlomu izračunamo iz zlomne sile F_L in geometrijskih parametrov:

$$M_L = \frac{F_L L_s}{4L}, \quad (1)$$

kjer je L_s razmik med sredinama podpor, L pa dolžina plošče.

Statistična obdelava podatkov

Če označimo merjeno količino z x (x je npr. F_T ali M_L), je njena 2-parametrična Weibullova kumulativna porazdelitvena funkcija enaka:

$$P(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right). \quad (2)$$

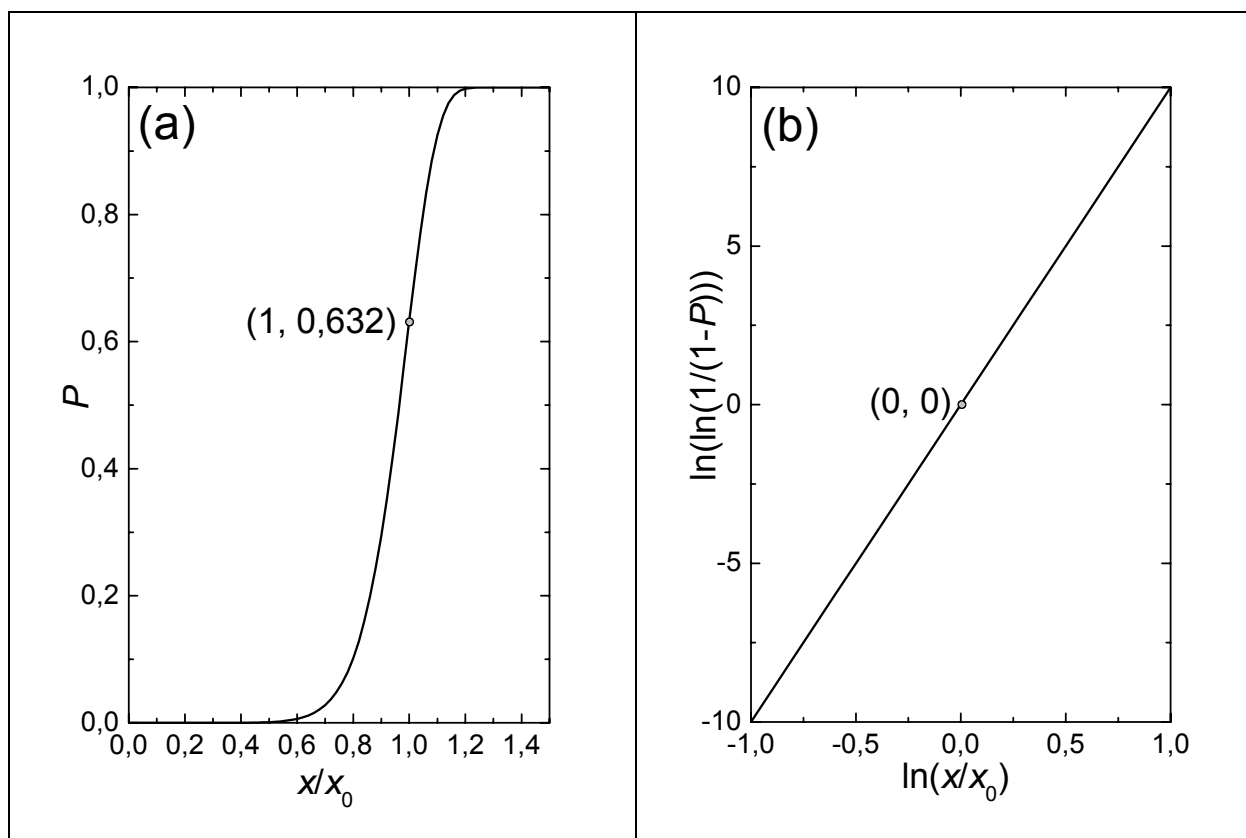
Pri tem pomeni $P(x)$ verjetnost, da ima merjena količina, največ vrednost x . Funkcijo $P(x)$ bomo na kratko imenovali Weibulova funkcija. Njene mejne vrednosti so $P(0) = 0$ in $P(\infty) = 1$, dobimo pa jo kot integral verjetnostne gostote:

$$P(x) = \int_0^x w(x') dx'. \quad (3)$$

Weibulovi funkciji (2) ustreza verjetnostna gostota:

$$w(x) = \frac{m}{x_0} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{m-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right). \quad (4)$$

Weibulova parametra imenujemo Weibullov modul (m) in skalni parameter (x_0). Weibullov parameter je brezdimenzijski in je za značilne krhke snovi veliko večji od 1, skalni parameter pa ima dimenzijo spremenljivke x . Oba parametra določata širino krivulje $w(x)$: čim večji je m in čim manjši x_0 , tem ožja je krivulja. Funkciji $P(x)$ in $w(x)$ dajeta ekvivalentno informacijo o statistični porazdelitvi, vendar je za relativno majhno število izmerjenih vrednosti spremenljivke x primernejša uporaba funkcije $P(x)$.



Slika 1. Graf funkcije $P(x/x_0)$ za $m = 10$; a) naravni spremenljivki, b) linearizirani graf s prirejenima spremenljivkama. Območje neodvisne spremenljivke v grafu (b) ustreza intervalu x/x_0 od $1/e$ do e , v mejnih točkah pa je verjetnost P praktično 0 in 1. Ne glede na m je pri $x = x_0$ verjetnost P enaka $1 - 1/e \approx 63,2\%$, temu pa ustreza točka $(0, 0)$ v lineariziranem grafu (krožca na obeh slikah).

Pri danem statističnem vzorcu imamo N izmerjenih/izračunanih vrednosti spremenljivke x , ki jih označimo x_i . Cilj je najti Weibullova parametra, ki najbolj ustrežata statističnemu vzorcu^{16,27-32}. Vrednosti x_i najprej uredimo po velikosti od najmanjše do največje. Nato vsakemu (i -temu po vrsti) izmerku priredimo še ocenjeno verjetnost P_i ; za kar obstaja več načinov, med najbolj priljubljenimi pa je preprosta enačba:

$$P_i = \frac{i - 0.3}{N + 0.4}. \quad (5)$$

Tako dobimo N urejenih parov (x_i, P_i) , ki jim priredimo Weibullovo funkcijo (2), tako da se jim najbolj prilega. Pomagamo si npr. z linearizacijo enačbe (2) in ustrezno transformacijo parov, tako da moramo rešiti nalogo: povleči premico, ki se najbolj prilega množici točk v kordinatnem sistemu; takšna naloga je analitično rešljiva. Slika 1 prikazuje grafa Weibullove funkcije za primer $m = 10$ v navadni skali (a) in v skali z novima spremenljivkama, kjer je graf lineariziran (b). Tretja možnost je uporaba posebnih Weibullovih grafov [16] z nelinearno skalo in originalnima spremenljivkama (sliki 2). Sprememba parametra m pomeni spremembo strmine premice v lineariziranih grafih, sprememba x_0 pa pomeni premik premic.

Ker sklepamo na statistiko iz omejenega števila podatkov, ocenjena parametra m in x_0 nista natančni teoretični vrednosti (pa čeprav bi bila sama statistika res natančno Weibullova) [27]. Zato navadno podajamo interval 90 % zaupanja (na kratko 90%IZ); npr. če je za parameter m ta interval enak 90%IZ = (8, 12), to pomeni, da lahko računamo z verjetnostjo 90 %, da je prava vrednost m res med 8 in 12.

Rezultati in razprava

Za vsak par parametrov c_f in p_s smo izmerili zlomno silo ali moment na $N = 30$ valovtkah V5 (posebej za prečno in vzdolžno obremenitev). Tabela 1 prikazuje odvisnost povprečne vrednosti in standardne deviacije obeh količin; te vrednosti so bile izračunane s standardnimi statističnimi prijemi, brez uporabe Weibullove funkcije. Iz tabele je razvidno, da ima parameter c_f večji vpliv na mehanske lastnosti plošč kot p_s . Vidimo lahko tudi, da vrednosti količin za 3. in 6. podatkovni stolpec niso enake, čeprav gre za enaka parametra ($c_f = 6,1$ %, $p_s = 10$ MPa). Ponovljivost ni absolutna; gre za 2 seriji izdelkov, ki sta bili narejeni in testirani v časovnem razmiku 3 mesecev.

Tabela 1. Odvisnost zlomne sile in momenta valovtk V5 od parametrov c_f in p_s : povprečne vrednosti in standardne deviacije (v oklepajih).

Stolpec	c_f (%)	p_s (MPa)	F_T (N)	M_L (N m/m)*
1	5.4	10	5056 (589)	92.8 (10.6)
2	5.7		5550 (548)	99.2 (11.4)
3	6.1		5794 (395)	104.3 (9.1)
4	6.1	8	5682 (485)	85.0 (8.5)
5		9	5508 (375)	91.9 (7.6)
6		10	5652 (441)	102.9 (11.1)

*Oznaka enote N m/m za M_L nakazuje, da je zlomni moment (navor) preračunan na enoto dolžine plošč.

Meritve smo ovrednotili tudi z Weibullovo statistiko, kjer je spremenljivka x sila F_T ali moment M_L , rezultate pa prikazujeta tabeli 2. Omejimo razpravo na Weibullov modul m . Njegovo vedenje je podobno kot pri povprečnih količinah v tabeli 1. Pri prečni in vzdolžni obremenitvi imamo bistveno korelacijo med m in deležem vlaken c_f , ne pa med m in tlakom

p_s . Korelacijski koeficient ρ v zadnjem stolpcu obeh tabel pove, kako dobro se Weibullova funkcija prilega eksperimentalnim podatkom; pri tem $\rho = 1$ pomeni popolno ujemanje. Vidimo, da je ρ zelo blizu vrednosti 1, torej Weibullova statistika odlično opisuje podatke.

Tabela 2a Ocenjeni Weibullovi parametri m in F_{T0} za silo F_T

Stolpec	c_f (%)	p_s (MPa)	m	F_{T0} (N)	ρ
1	5.4	10	9.9	5310	0.986
2	5.7		11.6	5793	0.948
3	6.1		17.2	5970	0.976
4	6.1	8	13.6	5896	0.974
5		9	17.1	5677	0.973
6		10	14.9	5849	0.961

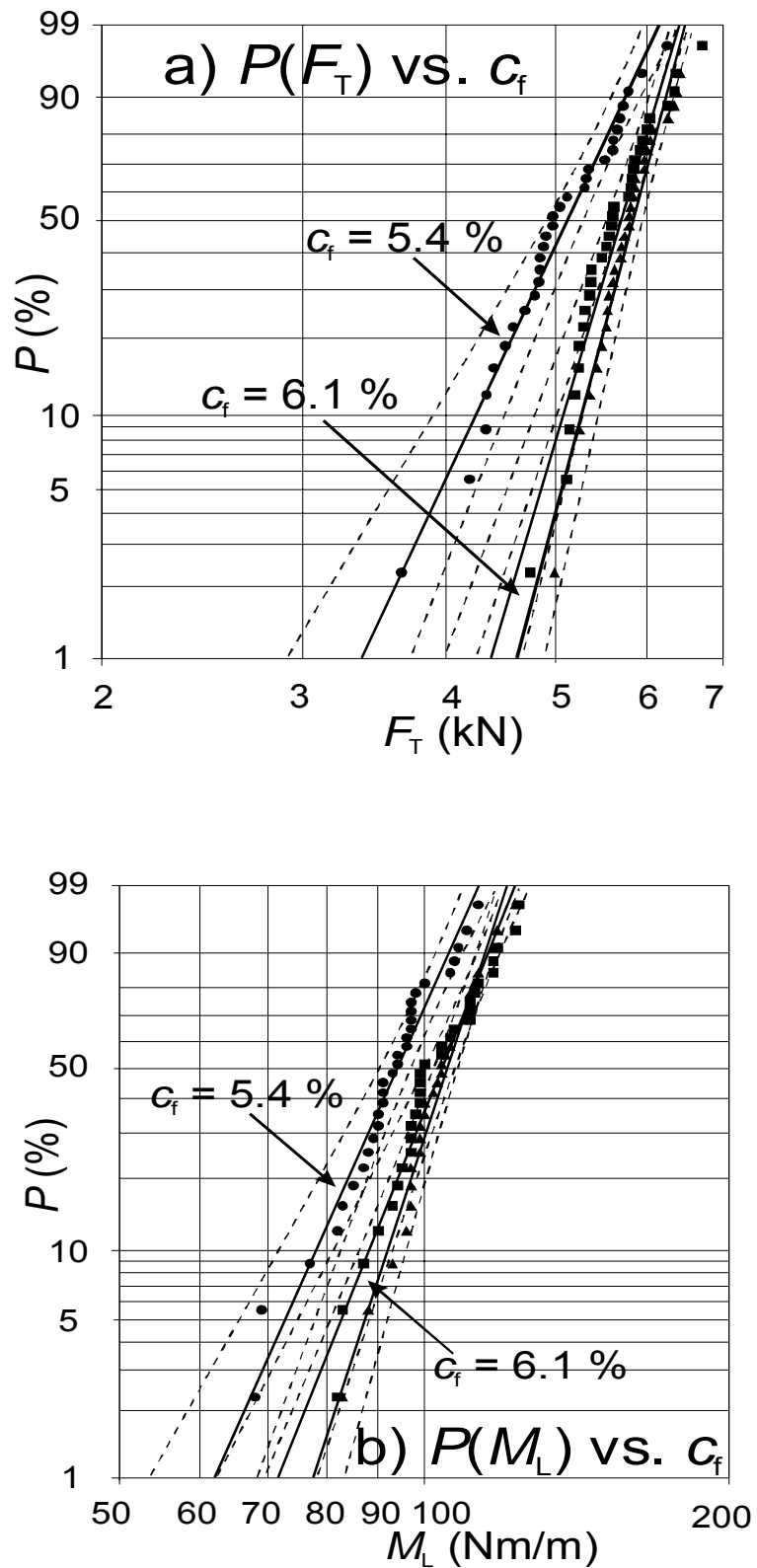
Tabela 2b Ocenjeni Weibullovi parametri m in M_{L0} za moment M_L

Stolpec	c_f (%)	p_s (MPa)	m	M_{L0} (N m/m)	ρ
1	5.4	10	9.9	97.5	0.983
2	5.7		10.1	104.2	0.931
3	6.1		13.4	108.3	0.985
4	6.1	8	11.6	88.8	0.952
5		9	13.9	95.4	0.938
6		10	10.8	107.7	0.976

Za dokončen sklep o korelacijah med količinami so pomembni tudi 90%IZ intervali; ti naj bi se kar najmanj ali sploh ne prekrivali za različne parametre. Na žalost pa so intervali za m dokaj široki, okrog 40 % ocenjene vrednosti, predvsem zaradi tega, ker je $N = 30$ dokaj majhen vzorec za ugotavljanje statistike, pa če je statistična metoda še tako dovršena. Vseeno pa so razlike med ocenjenimi parametri m za različne vrednosti c_f dovolj velike, da ostane zgornji sklep o odvisnosti m od c_f veljaven. Sliki 2 prikazujeta odvisnost serij podatkovnih parov in ustreznih grafov (F_T, P) and (M_L, P) od parametra c_f pri stalnem p_s . Čim večja je strmina premice (večji Weibullov modul m), kar se zgodi pri večjem parametru c_f , tem večja je mehanska zanesljivost izdelkov, t.j. manjša je verjetnost, da se bodo plošče zlomile pri majhnih obremenitvah.

Sklep

Dvoparametrična Weibullova funkcija zelo dobro opisuje statistiko zlomnih sil in momentov pri prečni in vzdolžni upogibni obremenitvi valovitk V5 iz vlaknocementa. Vizualizacija podatkov z grafi (sliki 2) daje nazoren prikaz statistike. Čim večja je strmina premice, kar pomeni večji Weibullov modul m , tem večja je mehanska zanesljivost izdelkov, t.j. manjša je verjetnost, da se bodo plošče zlomile pri majhnih obremenitvah. Raziskava je pokazala, da delež vlaken veliko bolj vpliva na Weibullov modul kot oblikovalni tlak.



Slika 2. Weibullovi grafi $P(F_T)$ (a) in $P(M_L)$ (b) za $c_f = 5,4\%$ ali $6,1\%$ in $p_S = 10$ MPa.

Reference

1. J. B. Studinka, The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete **1989**, 11 (2), 73-78.
2. H. Savastano, P. G. Warden, R. S. P. Coutts, Cem. Concr. Compos. **2003**, 25 (6), 585-592.
3. R. S. P. Coutts, Cem. Concr. Compos. **2005**, 27 (5), 518-526.
4. V. Agopyan, H. Savastano, V. M. John, M. A. Cincotto, Cem. Concr. Compos. **2005**, 27 (5), 527-536.
5. Y. P. Ma, B. R. Zhu, M. H. Tan, Cem. Conc. Res. **2005**, 32 (2), 296-300.
A. Peled, B. Mobasher, ACI Mater J **2005**, 102 (1), 15-23.
6. S. A. S. Akers, J. B. Studinka, The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete **1989**, 11 (2), 93-97.
7. S. A. S. Akers, The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete **1989**, 11 (2), 117-131.
8. P. Purnell, J. Beddows, Cem. Concr. Compos. **2005**, 27 (9-10), 875-884.
9. K. Vidovič, B. Lovreček, M. Hraste, Chem. Biochem. Eng. Q **1996**, 10 (1), 33-38.
10. C. Negro, A. Blanco, E. Fuente, L. M. Sanchez, J. Tijero, Cem. Concr. Res. **2005**, 35 (11), 2095-2103.
11. C. Negro, A. Blanco, I. S. Pio, J. Tijero, Cem. Concr. Compos. **2006**, 28 (1), 90-96.
12. J. J. Beaudoin, Handbook of Fiber-Reinforced Concrete – Principles, Properties, Developments and Applications. Noyes Publications, New Jersey, US, 1990.
13. W. Weibull, Transactions of the Royal Institute of Technology **1949**, No. 27, Stockholm.
14. W. Weibull, J. Appl. Mech. **1951**, 18, 293-297.
15. ReliaSoft's Weibull ++, Life Data Analysis Reference. ReliaSoft Publishing, 1992.
16. T. Kosmač, C. Oblak, P. Jevnikar, N. Funduk, L. Marion, Dental Mater. **1999**, 15, 426-433.
17. V. J. Setien, S. R. Armstrong, J. S. Wefel, Dental Mater. **2005**, 21 (6), 498-504.
18. G. Lewis, C. S. J. van Hooy-Corstjens, A. Bhattaram, L. H. Koole, J. Biomed. Mater. Res. B **2005**, 73B (1), 77-87.
19. N. Anton, J. M. Ruiz-Prieto, F. Velasco, J. M. Torralba, J. Mater. Processing Tech. **1998**, 78, 12-17.
20. H. A. Toutanji, Comp. Sci. Tech. **1999**, 59 (15), 2261-2268.
21. S. Caliskan, Cem. Concr. Compos. **2003**, 25 (4-5), 557-564.
22. Q. S. Li, J. Q. Fang, D. K. Liu, J. Tang, Cem. Concr. Res. **2003**, 33 (10), 1631-1636.
23. J. S. Huang, C. K. Cheng, Cem. Concr. Res. **2004**, 34 (5), 883-888.
24. EN 494, Fibre-cement profiled sheets and fittings for roofing – Product specification and test methods. December 2004.
25. DIN 274/1, Asbestzement-Wellplatten – Masse, Anforderungen, Prufungen. April 1972.
26. G. Quinn, J. Am. Ceram. Soc. **1990**, 73 (8), 2374-2384.
27. J. E. Ritter, N. Bandyopadhyay, K. Jakus, Ceram. Bullet. **1981**, 60, 798-806.
28. L. G. Johnson, The median ranks of sample values in their population with an application to certain fatigue studies. Industrial Mathematics 1951; **2**.
29. D. K. Lloyd, M. Lipow, Reliability: Management, Methods and Mathematics. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.
30. G. Q. Li, H. Cao, Q. S. Li, D. Huo, Theory and its Application of Structural Dynamic Reliability. Earthquake Press, Beijing 1993.
31. D. Wu, J. Zhou, Y. Li, J. Eur. Ceram. Soc. **2006**, 26, 1099-1105.

Abstract. The breaking load and the breaking moment during transversal and longitudinal loading of fibre-cement corrugated sheets were measured on products manufactured on an industrial Hatschek machine, and the corresponding bending strengths were calculated. The influence of two processing parameters, i.e., the shaping pressure and the content of the reinforcing organic fibres within the portland cement matrix, on the fracture strength of the products was studied and statistically analyzed assuming Weibull statistics. The Weibull parameters were compared for different fabrication conditions. While the fibres content influences considerably the Weibull modulus for both transversal and longitudinal loading, there is no obvious correlation between the shaping pressure and Weibull modulus.